

Las Matemáticas en la actividad política

David Nualart

Como herramienta para el estudio cuantitativo y la modelización de fenómenos, las matemáticas están presentes en todas las disciplinas, y en particular en las ciencias políticas. Cuestiones fundamentales como la medición del poder político del Presidente de una nación, el reparto más adecuado de escaños entre diversas formaciones políticas en función del número de votos, la elección de una estrategia en una situación de conflicto o el establecimiento de un sistema de votación justo y razonable pueden abordarse utilizando teorías matemáticas adecuadas como la teoría de juegos, la teoría de la elección social o la programación entera.

En esta conferencia intentaré presentar algunas de estas cuestiones con objeto de mostrar el papel que juegan las matemáticas en la vida política.

Sistemas de votación e índices de poder.

Uno de los elementos básicos de la política es la noción de poder. Esta noción tiene diversos aspectos pero a nosotros nos interesa el poder relacionado con un determinado sistema de votación en el que cada votante emite un SI o un NO a una cierta proposición. Si todos los votantes tienen un solo voto y se usa la regla de la mayoría, todos tendrán el mismo poder. Sin embargo existen situaciones en las que no se sigue el principio de “una persona, un voto”. Por ejemplo, los accionistas de una empresa tienen un número de votos en función de las acciones que poseen. También en una asociación económica entre tres países A, B y C puede ocurrir que por razón de mayor peso al país A se le asignen 3 votos mientras que a B y a C se les asigne un solo voto. Significa esto que el país A tiene el triple de poder que B o que C? La respuesta es claramente no porque B y C no tienen ningún poder si se sigue la regla de la mayoría para tomar acuerdos. Se trata entonces de introducir una medida

cuantitativa del poder de cada votante entendido como su capacidad para influir en las decisiones.

Supongamos que en un *sistema de votación ponderado* hay n votantes $A_1, \dots, A_n$ y cada votante tiene asignado un cierto número de votos $v(A_1), \dots, v(A_n)$. Para completar la descripción de este sistema de votación hay que especificar una cuota q que es el mínimo número de votos necesario para aprobar un acuerdo. Representaremos este sistema de votación mediante la notación

$$[q : v(A_1), \dots, v(A_n)].$$

El primer índice numérico para evaluar el poder en los sistemas de votación fue propuesto en 1954 por Shapley y Shubik. El índice de poder de Shapley-Shubik de un votante concreto A_i se define como el número $N(A_i)$ de permutaciones de los votantes en las que A_i es un elemento decisivo (o *pivote*) respecto a los votantes que le preceden, dividido por el número total de permutaciones, es decir:

$$\frac{N(A_i)}{n!}.$$

Que A_i sea un pivote en una ordenación de los votantes significa que los votantes anteriores a A_i no forman una coalición ganadora pero al incluir A_i la coalición se convierte en ganadora.

Por ejemplo, examinemos el caso de un sistema de votación ponderado con tres votantes, A, B y C, que tienen 50, 48 y 2 votos, respectivamente. Podemos imaginar que estos votantes son accionistas de una empresa que poseen el 50%, el 48% y el 2% de las acciones. Si los acuerdos se toman por mayoría simple, la cuota es de 51 votos y expresaremos este sistema de votación como $[51:50,48,2]$. Con objeto de calcular el índice de Shapley-Shubik de cada votante, en la tabla siguiente hemos encuadrado el votante pivote en cada una de las 6 posibles ordenaciones:

$A \boxed{B} C$	$B \boxed{A} C$	$C \boxed{A} B$
$A \boxed{C} B$	$B C \boxed{A}$	$C B \boxed{A}$

De lo que se deduce que A tiene un índice de poder de $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$, mientras que B y C tienen un índice igual a $\frac{1}{6}$. Observemos que B y C tienen el mismo índice de poder, aunque B tenga 24 veces más votos que C.

El índice de Shapley-Shubik representa una fracción del poder total en el sentido de que la suma de todos los índices es 1. Por otra parte, este índice puede utilizarse para medir el aumento de poder al hacer coaliciones. Por ejemplo, consideremos un sistema con 100 votantes en el que cada uno tiene un voto. El índice de poder de cada votante es 0.01. Sin embargo si 12 votantes deciden votar en conjuntamente, el índice de poder de este grupo de votantes pasa a ser de $\frac{12}{89} = 0.135$ que es mayor que la suma de los índices individuales. En general si hay n votantes y aparece un bloque de tamaño b el índice de poder del bloque se calcula mediante la fórmula $\frac{b}{n-b+1}$, que corresponde al índice de un votante con b votos en un sistema en el que los restantes n-b votantes tienen un solo voto.

Un índice de poder diferente fue introducido en 1965 por el abogado estadounidense John Banzhaf. El índice de Banzhaf de un votante se define como el número de coaliciones ganadoras a las que pertenece dicho votante y que perderían si desertase. En cualquier coalición ganadora, un votante que es capaz de causar la derrota de la misma al desertar se denomina un *votante basculante*. Contrariamente a lo que ocurría con el índice de Shapley-Shubik, aquí las coaliciones se cuentan sin tener en cuenta la ordenación de los votantes. En el sistema [51:50,48,2], los índices de Banzhaf serían 3, 1, 1, ya que A es basculante en las coaliciones {A,B,C}, {A,B} y {A,C}, mientras que B es basculante en {A,B} y C lo es en {A,C}. El índice de Banzhaf se acostumbra a normalizar, es decir, dividir por la suma total de los índices, y de esta forma, en este ejemplo obtendríamos los índices normalizados $\frac{3}{5}$, $\frac{1}{5}$ y $\frac{1}{5}$.

Estos dos índices no proporcionan una solución perfecta al problema de la medición cuantitativa del poder debido a ciertas paradojas. Por ejemplo, al pasar de la distribución de votos $[8:5,3,1,1,1]$ a $[8:4,4,1,1,1]$ el primer votante tiene menos votos pero aumenta su índice de Banzhaf de 0.47 a 0.5 debido a que los tres últimos votantes se convierten en innecesarios para cualquier coalición ganadora. El índice de Shapley-Shubik no presenta esta paradoja, pero puede ocurrir que al aumentar el número total de votantes el índice de un votante aumente aunque su fracción de votos disminuya. Por otra parte, estos índices pueden dar valores muy diferentes. Por ejemplo, el bloque de 12 votantes en un sistema de 100 miembros tiene un índice de Banzhaf de 0.632, mientras que el índice de Shapley-Shubik era de 0.135.

Los índices de poder se pueden calcular para sistemas de votación más complejos que los sistemas ponderados, definidos mediante un determinado conjunto de coaliciones ganadoras. Se dice que dos sistemas de votación son equivalentes si tienen las mismas coaliciones ganadoras. Puede demostrarse que hay sistemas equivalentes a un sistema ponderado, y otros que no lo son. Por ejemplo, el Consejo de Seguridad de las Naciones Unidas está formado por 15 países, cinco de ellos, los miembros permanentes, con derecho a veto. Para aprobar una resolución se requieren 9 de los 15 votos. Este sistema de votación es equivalente a un sistema ponderado de cuota 39, con 7 votos para cada miembro permanente y 1 para cada miembro no permanente. En cambio el sistema de votación Federal de los Estados Unidos de América, en el que el Presidente tiene derecho de veto excepto si se alcanzan los dos tercios de los votos no es un sistema ponderado. Es curioso observar que en este sistema el índice de Shapley-Shubik del Presidente es 0.16, mientras que el de Banzhaf es 0.04.

Los índices de Shapley-Shubik y de Banzhaf aportan una medición del poder desde perspectivas diferentes, siendo el índice de Shapley-Shubik más indicado si hay una gama de opiniones sobre la mayoría de cuestiones sobre las que han de decidir los votantes, mientras que el de Banzhaf sería preferible si la pregunta no admite un

conjunto amplio de opiniones. En conclusión, el problema de la medición del poder en un sistema de votación no está completamente resuelto, existiendo diversos modelos matemáticos posibles.

Los sistemas de votación SI-NO son casos particulares de juegos de n personas, y el índice de Shapley-Shubik se derivó de la noción de valor Shapley del juego. La teoría de juegos proporciona un modelo matemático simple para situaciones de conflicto, que en algunos casos ha aportado un nuevo enfoque a sucesos que en un principio parecían intratables por su enorme complejidad.

La teoría de la elección social

Hasta ahora hemos considerado sistemas de votación con dos alternativas: SI y NO. Si existen más de dos alternativas el problema se vuelve más complicado. Cada individuo tendrá un cierto orden de preferencia entre las diferentes alternativas y se plantea el problema de convertir las distintas preferencias individuales en una sola elección para todo el grupo. Esta es la cuestión básica en la denominada *teoría de la elección social*.

Para ilustrar este problema, consideremos el caso de tres opciones a, b y c, y supongamos que las seis posibles ordenaciones de preferencia entre ellas tienen los siguientes porcentajes de aceptación:

abc	acb	bac	bca	cab	cba
22%	23%	15%	29%	7%	4%

Observamos que la alternativa a es preferida sobre las otras por un 45%, la alternativa b por un 44% y la alternativa c por un 11%, sin embargo la ordenación abc no es la que tiene mas votos. Por lo tanto no queda claro como elegir una ordenación a partir las preferencias particulares.

Un regla o procedimiento de agregación que permita elegir una ordenación entre las alternativas a partir de preferencias particulares se denomina una *función de bienestar social*. Como ejemplos de funciones de bienestar social pueden citarse:

(a) El método de la *mayoría relativa* consiste en ordenar las alternativas según el número de veces que aparecen como mejor opción. En primer lugar aparecerá la alternativa con mayor número de votos aunque no tenga la mayoría absoluta. En el ejemplo anterior, la ordenación ganadora sería la abc.

(b) El procedimiento denominado *índice de recuento de Borda* consiste en puntuar de 1 a n las alternativas de cada lista individual, y luego sumar los puntos de cada alternativa para llegar a una clasificación final.

(c) El método de *comparación por parejas* coloca la alternativa x delante de la alternativa y si mas del 50% de los individuos prefieren x a y. En el ejemplo anterior, a gana a b por 52% a 48%, a gana a c, por 60% a 40%, y b gana a c por 66% a 34%. Luego la ordenación final es abc. El problema con este método es que la relación obtenida puede no ser transitiva, es decir, puede ocurrir que a gane a b, b gane a c y, sin embargo, a no gane a c.

Dada esta diversidad de métodos, pueden apuntarse varias propiedades que debería tener un método razonable:

(i) *Dominio universal*: Cualquier preferencia individual es legítima.

(ii) *El principio Pareto*: Si hay unanimidad en considerar una alternativa mejor que otra entonces el procedimiento de agregación debería colocar siempre la alternativa mejor delante de la peor.

(iii) *Independencia de alternativas irrelevantes*: La ordenación social de dos alternativas sólo depende de su ordenación en cada lista individual y no de su relación con otras alternativas.

En 1951, el economista Kenneth Arrow demostró un *Teorema de Imposibilidad* que afirma que si hay más de dos alternativas, cualquier función de bienestar social que cumpla las propiedades anteriores coincide con las preferencias de un cierto individuo, que varía según cuál sea la función, y podríamos hablar de una cierta *dictadura*. Este resultado es sorprendente y nos dice que es imposible encontrar un método de agregación justo y razonable.

A partir de este teorema, diversos autores han intentado obtener resultados positivos modificando las propiedades anteriores. Por ejemplo, hay situaciones en las que la hipótesis de dominio universal no tiene sentido. Esto ocurre, en particular, cuando las posibles alternativas están ordenadas de forma natural como la ordenación de izquierda a derecha de los partidos políticos. En tal caso se supone que las preferencias individuales son *unimodales* respecto a tal ordenación lo que significa que fijada la mejor alternativa para un individuo, al alejarnos en cualquiera de las dos direcciones encontramos alternativas menos preferidas. En tal situación, Black demostró en 1958 que la relación obtenida mediante el método de comparación por parejas es transitiva y por tanto constituye el método más apropiado en este caso.

En 1966 Sen introdujo una noción de coherencia que refleja de otro modo la idea de similaridad entre listas y que también implica la transitividad de la lista obtenida mediante el método de comparación por parejas. Podemos concluir por tanto que, aunque no hay un método matemáticamente perfecto, en algunos casos pueden hallarse procedimientos de agregación que funcionen bien.

El reparto proporcional de escaños

De forma más concreta, las matemáticas intervienen en el problema del reparto proporcional de escaños entre diversas formaciones políticas en función del número de votos. Este es un caso particular del problema de *la asignación proporcional entera*. Problemas análogos serían la asignación de escaños del Congreso de los Diputados a las provincias en proporción a la población de cada una o la asignación de puestos

escolares a los pueblos en proporción a la población. Muchos problemas de asignación de recursos en economía admiten planteamientos similares.

Supongamos que hay que repartir una cantidad h de escaños a n formaciones políticas. A partir del número de votos $v_1, \dots, v_n$, pueden calcularse las *cuotas*, definidas como la parte del número de escaños proporcional al número de votos:

$$q_i = \frac{v_i}{v_1 + \dots + v_n} h.$$

Estas cuotas suman h , pero, en general, no son números enteros. Una solución al problema de la asignación proporcional entera consistirá en encontrar números enteros $a_1, \dots, a_n$ próximos a las cuotas y que sumen h .

Se plantea entonces el problema de como construir un método adecuado de asignación proporcional entera. A lo largo de la historia se han utilizado esencialmente el método basado en los restos y los métodos basados en divisores. La asignación obtenida en cada caso parte de una idea simple y termina siendo la solución de un problema de optimización.

El método más simple es el de los *Restos Mayores*. Se asigna en primer lugar a cada partido la parte entera de su cuota $[q_i]$, luego se ordenan de mayor a menor los restos $q_i - [q_i]$ y se asigna un escaño más a cada uno de los partidos con mayor resto hasta completar los h escaños. Este método tiene la buena propiedad de que da soluciones que difieren de la cuota en menos de 1 escaño. Sin embargo presenta paradojas inaceptables como que al aumentar el número de escaños de la circunscripción haya partidos reciban menos representantes. Esta es la denominada *paradoja de Alabama* debido a que en 1880 este estado tenía derecho a 8 representantes si el tamaño de la cámara era de 299, pero solo a 7 representantes si el tamaño era de 300. En este caso el Congreso de los Estados Unidos eligió un tamaño de 325 escaños, con lo que se produjo un reparto justo. Por otra parte, puede ocurrir que al comparar dos elecciones distintas un determinado partido haya obtenido mas votos pero menos escaños. A esta paradoja se la denomina *paradoja de los*

votos. Estas paradojas califican el método de los Restos Mayores de poco razonable y conducen a la búsqueda de métodos alternativos.

El denominado método de los *divisores* tiene dos ingredientes: Por una parte se elige una forma de redondear fracciones a cantidades enteras. En general, el redondeo de un número real x será un número entero que designaremos por $[x]_{\text{red}}$ que diferirá de x en menos de una unidad. Fijado un divisor d , se divide el número de votos de cada partido v_i por d , y se redondea el resultado. La solución se obtiene entonces eligiendo un divisor d de forma que la suma de las fracciones redondeadas $[\frac{v_i}{d}]_{\text{red}}$ sea igual al número de escaños a repartir h , es decir, $\sum_{i=1}^n [\frac{v_i}{d}]_{\text{red}} = h$. Existirán tantos métodos diferentes como formas de redondeo. Los ejemplos de redondeo más simples son:

- (i) La parte entera del número, $[x]$, o redondeo hacia abajo.
- (ii) La parte entera más una unidad, $[x]+1$, o redondeo hacia arriba.
- (iii) La parte entera del número más 0.5, $[x + 0.5]$, que es el entero más próximo a x .

En general, una forma de redondeo viene definida por la elección de unos números $r(s)$ comprendidos entre cada par de enteros consecutivos s y $s+1$:

$$0 \leq r(0) \leq 1 \leq r(1) \leq 2 \leq r(2) \leq 3 \leq \dots$$

Se define entonces el redondeo de un número real x comprendido entre $r(s)$ y $r(s+1)$ como $s+1$.

El caso particular de una función aditiva del tipo $r(s)=s + \mu$, donde μ es un valor fijo del intervalo $[0,1]$, da lugar al redondeo $[x]_{\text{red}} = [x - \mu] + 1$.

Un procedimiento práctico para aplicar el método de los divisores asociado al redondeo del tipo $r(s)$ consiste en hacer una tabla de las fracciones $\frac{v_i}{r(j)}$, para $i=1,\dots,n$,

y $j=1,\dots,h$. A continuación se localizan en la tabla las h fracciones mayores y se asignan al partido i tantos escaños como fracciones mayores tengan por numerador v_i .

Se han utilizado históricamente diversas funciones $r(s)$:

- (i) El método asociado a $r(s)=s+1$ es el conocido método de d'Hondt y fue introducido por Jefferson para el reparto de escaños en el Congreso de los Estados Unidos en 1794. El redondeo utilizado en este método es simplemente la parte entera.
- (ii) Si $r(s)=s+0.5$, se obtiene el método St. Laguë, desarrollado por Webster como alternativa al método de Jefferson que favorecía a los grandes estados.
- (iii) Si tomamos $r(s)=s$, tendremos el método de los Divisores Pequeños o de Adams.
- (iv) El método asociado a $r(s)=s+0.4$, fue inventado por Condorcet.

En cuanto a métodos más complicados puede citarse el de Hill-Huntington o de la Media Geométrica que utiliza los números $r(s)=\sqrt{s(s+1)}$, y el de Dean o de la Media Armónica basado en $r(s)=\frac{2s(s+1)}{2s+1}$.

Desde un punto de vista matemático el problema de la asignación proporcional entera se puede abordar como un problema de programación entera. Es decir, se trata de optimizar una determinada una función objetivo, bajo un conjunto de restricciones que en nuestro caso consistirán en imponer que el vector solución $(a_1,\dots,a_n)$ tenga las componentes enteras no negativas y de suma h . La función objetivo dependerá de cada método. Por ejemplo, el método de los Restos Mayores corresponde a la minimización de la función $\sum_{i=1}^n |a_i - q_i|$ igual a la suma de los valores absolutos de las diferencias entre las asignaciones y las cuotas. El método de la Media Geométrica, corresponde a la minimización una función definida como la suma ponderada de los cuadrados de las diferencias entre el número de votos por escaño de cada partido, $\frac{v_i}{a_i}$, y el número medio de votos por escaño $\frac{V}{h}$, donde $v=v_1+\dots+v_n$ es el número total de votos. Es decir, la función $\sum_{i=1}^n a_i \left(\frac{v_i}{a_i} - \frac{V}{h} \right)^2$.

Dada la diversidad de métodos, cómo elegiremos el más razonable? Un procedimiento habitual en matemáticas consiste en imponer ciertas propiedades deseables, como en el caso de la elección social, y luego buscar un método que cumpla. Entre estas propiedades podemos citar:

- 1.- *Verificación de la cuota*: Ninguna diferencia entre escaños y cuota es superior a la unidad.
- 2.- *Monotonía respecto a la cantidad de escaños*: Al aumentar el número h de escaños de la circunscripción ningún partido debería recibir menos escaños, para una distribución fija de votos.
- 3.- *Monotonía respecto a los votos*: Al comparar los resultados de dos elecciones, si el número de votos de un partido aumenta y el de otro disminuye, no debe ocurrir que el primero tenga menos escaños y el segundo más.
- 4.- *Homogeneidad*: La solución no se altera si se multiplican los números de votos por un factor $\lambda > 0$.

En 1982, los matemáticos Balinski y Young demostraron que no es posible definir un método de asignación que sea homogéneo, monótono respecto a los votos y verifique la cuota. Se trata, por tanto, de un teorema de imposibilidad similar al de Arrow que nos lleva a prescindir de alguna de las propiedades anteriores.

Verificar la cuota supone exigir mucho a los partidos grandes y poco a los pequeños. Si a un partido cuya cuota es 0.5 se le asigna 1 escaño, recibe el doble y se verifica la cuota, mientras que a otro partido al que corresponde una cuota de 13.5 puede recibir como máximo 14 escaños para verificar la cuota, lo que no parece justo. Por tanto, las limitaciones que marca la cuota no corresponden a la idea de proporcionalidad. Por otra parte un método de asignación que no sea monótono es susceptible de manipulación política en beneficio de uno o varios partidos. Por todo ello parece ser más importante la monotonía que la verificación de la cuota.

Otras dos propiedades interesantes son la *consistencia* y la *exactitud*. Que un método sea consistente significa que las partes proporcionales de una asignación deben ser proporcionales. Es decir, si en una elección en la que participan más de dos partidos, a los partidos A y B se les otorgan a_1 y a_2 escaños, respectivamente, entonces, si solo hubiesen participado estos dos partidos y el número de escaños a asignar hubiese sido a_1+a_2 , la asignación debería ser la misma. La exactitud significa que si las cuotas son enteras el método de asignación debería dar como solución las mismas cotas.

Balinski y Young demostraron también que si un método es exacto, monótono respecto a los votos, consistente, homogéneo y continuo respecto a los votos, debe ser necesariamente un método de divisores. De lo que se deduce que los métodos de divisores son los únicos candidatos razonables como métodos de asignación proporcional entera.

Dentro de los métodos de divisores, parecen especialmente interesantes los métodos basados en la familia paramétrica de funciones $r(s)=s+\mu$ donde μ es un número entre 0 y 1. Un análisis más a fondo de estos métodos puede hacerse introduciendo una noción de sesgo como medida de la tendencia sistemática a favorecer a unos partidos a costa de otros: grandes frente a pequeños, o viceversa. Se dice que un método de divisores basado en $r(s)$ es *insesgado* si fijada una asignación $a=(a_1,\dots,a_n)$ y un divisor d , la media de los vectores de votos $(v_1,\dots,v_n)$ que dan por solución la asignación a con el divisor d es igual al vector $(da_1,\dots,da_n)$, suponiendo que los votos v_i son cantidades aleatorias con distribución uniforme en el intervalo $[d(a_i-1), d(a_i)]$, para $i=1,\dots,n$. Es decir, un método de divisores basado en $r(s)$ será insesgado si se cumple $a_i = \frac{r(a_i-1) + r(a_i)}{2}$, para cada $i=1,\dots,n$.

Puede demostrarse que el único método de divisores insesgado es el correspondiente a $r(s)=s+0.5$. Por otra parte, si nos restringimos a los métodos de la

forma $s+\mu$, si $\mu > 0.5$, el método es sesgado en favor de los partidos más votados y si $\mu < 0.5$ el método es sesgado en favor de los partidos menos votados.

En nuestro país, la elección del Congreso de los Diputados comporta dos problemas de asignación que se resuelven mediante métodos diferentes. Por una parte, la distribución de los escaños entre las provincias, dejando a parte Ceuta y Melilla y los 2 escaños que automáticamente recibe cada una de las otras provincias, se hace mediante el método de los Restos Mayores. Por otra parte, la asignación de escaños a los partidos se efectúa mediante el método de d'Hondt, con una barrera inicial del 3% para participar. Como hemos visto el método de d'Hondt es el método de divisores asociado al redondeo hacia abajo. La utilización de este método insesgado que favorece a los grandes partidos se justifica por razones de estabilidad del sistema.

Un examen global de los resultados de las siete elecciones generales habidas en nuestro país muestra una baja proporcionalidad entre el número total de votos y el número total de escaños recibidos por cada partido. Si se suman las cuotas y los votos de cada circunscripción a las que se presenta cada partido, se observa que los partidos de ámbito autonómico reciben un número de escaños similar a su cuota, los dos partidos más votados de ámbito nacional reciben más de su cuota, el tercer partido de ámbito nacional recibe aproximadamente la mitad de los escaños que corresponden a su cuota y los restantes partidos de ámbito nacional tienden a desaparecer. Esta baja proporcionalidad no solo se debe al método de d'Hondt sino principalmente a la existencia de muchas circunscripciones pequeñas. La combinación de estos dos factores puede dar lugar a situaciones paradójicas como que un partido tenga globalmente más votos pero menos diputados, como ha ocurrido recientemente en las elecciones de Catalunya.

En un interesante estudio publicado recientemente en la revista de la Sociedad Española de Matemática Aplicada, Balinski y Ramírez proponen diversas modificaciones al sistema electoral español en el marco de la Constitución, con objeto de aumentar la proporcionalidad. Concretamente, estos autores sugieren aumentar el

tamaño de la Cámara al máximo y asignar solo un escaño inicial por provincia, repartiendo los otros mediante el método de St. Laguë. Además, como alternativa al método d'Hondt para repartir los escaños en función del número de votos, proponen el método de divisores basado en el redondeo $s + \frac{2}{3}$. Este método, es el que favoreciendo a los partidos grandes, perjudica menos al tercer partido, suponiendo que a lo sumo tres partidos consigan representación. En efecto, puede demostrarse que $\frac{2}{3}$ es el valor mínimo de μ para el cual un método del tipo $s + \mu$ no prime el resto del tercer partido sobre los otros dos ni el resto del segundo partido sobre el del primero. Por otra parte, con este método el tercer partido obtiene un escaño siempre que su cuota supere el valor $\frac{2}{3}$.

En conclusión, la elección de un método de reparto es una decisión política ya que no existe ningún método óptimo, aunque las matemáticas pueden ayudar a encontrar la solución que mejor se ajuste a unas circunstancias determinadas.